

TD₁₃ – Variables aléatoires discrètes**Exercices à préparer**

Exercice 1 ★

Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ la suite définie pour $n \geq 1$ par $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$.

1. Montrer que $\sum_{n \geq 1} u_n$ converge et que $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n = 1$.
2. Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}^*$ telle que pour tout $n \geq 1$, $\mathbb{P}(X = n) = u_n$.
 X admet-elle une espérance ? Une variance ? Mêmes questions pour la variable aléatoire $\sqrt{X}$.

Exercice 2 ★

1. Soit X une variable aléatoire suivant la loi géométrique $\mathcal{G}(p)$, et soit $Y = \frac{1}{X}$. Y admet-elle une espérance ? Si oui la calculer.
2. Soit Y une variable aléatoire suivant une loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$. Montrer que $\mathbb{E}\left(\frac{1}{Y+1}\right)$ existe et la calculer.